



COLEGIUL NAȚIONAL GHEORGHE LAZĂR

Bd. Regina Elisabeta, Nr.48, Sector 5, București

Tel: +4.0213.134.756

E-mail: secretariat@cnlazar.ro



ME

ADMITERE ÎN CLASA a XI a
TEST DE VERIFICAREA CUNOSTINȚELOR
MATERIE DE – clasa a X-a – Matematică

1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale următoarele ecuații:

a) (1p) $\sqrt{20+21x-x^2}-5=x$

b) (1p) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x^2 = 4$

c) (1p) $(7+4\sqrt{3})^{3x} + (7-4\sqrt{3})^{3x} = 14$

2. (1p) Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \cos x = \sin x \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$.

3. (1p) Rezolvați în $\mathbb{C}$ ecuația $|z+1| + \bar{z} - z = 5+6i$

4. (1p) Calculați modulul numărului complex $z = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} - i \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}\right)^{15}$.

5. (1p) Să se determine, dacă există, termenul care nu conține pe x în dezvoltarea $\left(3x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$, unde $x \in \mathbb{R}, x > 0$.

6. (1p) Aflați numărul funcțiilor $f: \{1, 2, 4, 5\} \rightarrow \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ cu proprietatea că $f(2) = f(5)$.

7. (1p) Se consideră punctele $A(-3, -2), B(2, -1), C(1, 3)$. Calculați lungimea înălțimii din B a triunghiului ABC .

Notă: Se acordă 1p din oficiu. Toate subiectele sunt obligatorii. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

Matematică - clasa a $\bar{x}$ - a

1 a) $\sqrt{20+21x-x^2} - 5 = x \Leftrightarrow \sqrt{20+21x-x^2} = x+5$
 $20+21x-x^2 = x^2+10x+25 \Leftrightarrow 2x^2-11x+5=0$ 0,5p
 $\Delta = 121 - 40 = 81 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{11 \pm 9}{4} < \frac{5}{2}$

Verificare $x_1 = 5 \Rightarrow \sqrt{20+105-25} - 5 = 5 \Leftrightarrow \sqrt{100} - 5 = 5$ (A)
 $x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{20+\frac{21}{2}-\frac{1}{4}} - 5 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{121}{4}} = \frac{11}{2}$ (A) 0,5p

b) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x^2 = 4$ C.E. $x > 0$
 $\log_2 x + \frac{\log_2 x}{\log_2 4} + \frac{\log_2 x^2}{\log_2 16} = 4 \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{\log_2 x}{2} + \frac{2 \log_2 x}{4} = 4$ 0,5p

$2 \log_2 x = 4 \quad \log_2 x = 2 \quad x = 4$

Verificare $\log_2 4 + \log_4 4 + \log_{16} 4^2 = 4$ (A) 0,5p

c) $(7+4\sqrt{3})^{3x} + (7-4\sqrt{3})^{3x} = 14$

Obs. că $(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) = 49 - 4^2 \cdot 3 = 1$. Notăm $(7+4\sqrt{3})^{3x} = t, t > 0$
 $t + \frac{1}{t} = 14 \Leftrightarrow t^2 - 14t + 1 = 0$ 0,5p $\Delta = 196 - 4 = 192$

$t_{1,2} = \frac{14 \pm \sqrt{192}}{2} = \frac{14 \pm 8\sqrt{3}}{2} = 7 \pm 4\sqrt{3}$

$t_1 = 7+4\sqrt{3} \Rightarrow (7+4\sqrt{3})^{3x} = 7+4\sqrt{3} \Rightarrow 3x = 1 \quad x_1 = \frac{1}{3}$
 $t_2 = 7-4\sqrt{3} \Rightarrow (7+4\sqrt{3})^{3x} = 7-4\sqrt{3} \Rightarrow 3x = -1 \quad x_2 = -\frac{1}{3}$ 0,5p

2. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \cos x = \sin x \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 1$

$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3} - x\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ 0,5p

$x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

~ 3 2 1 ~ ~ ~ , ~ ~ ~

$$\left. \begin{aligned} x &\in \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \\ x &\in \left(0, \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \text{ Convinse doar } k=0$$

si $x = \frac{\pi}{6}$ 0,5p

3. $|z+1| + \bar{z} - z = 5+6i$

fie $z = a+ib$, $a, b \in \mathbb{R}$

$$|a+1+ib| + a-ib - a-ib = 5+6i$$

$$|a+1+ib| - 2ib = 5+6i$$

$$\begin{cases} \sqrt{(a+1)^2 + b^2} = 5 & 0,5p \\ -2b = 6 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow (a+1)^2 + 9 = 25 \Rightarrow (a+1)^2 = 16 \end{cases}$$

$$a+1 = \pm 4 \Rightarrow a_1 = 3 \Rightarrow z_1 = 3-3i \quad 0,5p$$

$$a_2 = -5 \quad z_2 = -5-3i$$

4. $z = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} - i \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \right)^{15}$

$$|z| = \left| \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} - i \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \right|^{15} = \left(\sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \right)^2} \right)^{15} = 0,5p$$

$$= \left(\sqrt{\frac{6-2\sqrt{12}+2+6+2\sqrt{12}+2}{16}} \right)^{15} = 1 \quad 0,5p$$

5. $T_{k+1} = C_{15}^k (3x^2)^{15-k} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right)^k = C_{15}^k 3^{15-k} x^{30-2k-\frac{k}{2}}$

$$= C_{15}^k 3^{15-k} x^{30-\frac{5k}{2}}, \quad k \in \overline{0, 15} \quad 0,5p$$

$$30 - \frac{5k}{2} = 0 \Leftrightarrow 60 = 5k \Rightarrow k = 12 \quad 0,5p$$

$$\Rightarrow T_{13} \text{ nu il contine pe } x$$

6. $f: \{1, 2, 4, 5\} \rightarrow \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

$f(1)$ poate lua 7 valori

$$\left. \begin{array}{l} f(2) \text{ poate lua 7 valori} \\ f(4) \text{ poate lua 7 valori} \\ f(5) \text{ ia 1 valoare (} f(2) \text{)} \end{array} \right\} (\exists) 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 = 343 \text{ de funcții } 1p$$

7. $A(-3, -2), B(2, -1), C(1, 3)$

$$AC: \frac{x - x_A}{x_C - x_A} = \frac{y - y_A}{y_C - y_A} \Leftrightarrow \frac{x + 3}{1 + 3} = \frac{y + 2}{3 + 2}$$

$$5(x + 3) = 4(y + 2) \Leftrightarrow 5x + 15 = 4y + 8$$

$$AC: 5x - 4y + 7 = 0 \quad 0,5p$$

$$h_B = d(B, AC) = \frac{|5 \cdot 2 - 4 \cdot (-1) + 7|}{\sqrt{5^2 + (-4)^2}} = \frac{|10 + 4 + 7|}{\sqrt{25 + 16}} = \frac{21}{\sqrt{41}} \quad 0,5p$$