



COLEGIUL NAȚIONAL GHEORGHE LAZĂR

Bd. Regina Elisabeta, Nr.48, Sector 5, București

Tel: +4.0213.134.756

E-mail: secretariat@cnlazar.ro



ME

ADMITERE ÎN CLASA a X-a  
TEST DE VERIFICARE A CUNOSTINTELOR  
MATERIE DE -clasa a IX-a - Matematică

1. Se consideră ecuația  $x^2 - (2m-1)x + m - 1 = 0$ ,  $m \in \mathbb{R}$ , având soluțiile  $x_1, x_2$ .
  - a) (1p) Pentru ce valori ale lui  $m \in \mathbb{R}$ , ecuația are două soluții reale?
  - b) (1p) Determinați valoarea minimă a expresiei  $E = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ .
2. Fie  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x + a$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $g(x) = x^2 - 4x + 2$ .
  - a) (1p) Determinați  $a \in \mathbb{R}$  pentru care vârful parabolei  $y = g(x)$  se află pe graficul funcției  $f$ .
  - b) (1p) Determinați  $a \in \mathbb{R}$  pentru care  $f(x) \geq -g(x)$  pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
  - c) (1p) Determinați  $a \in \mathbb{R}$  pentru care ecuația  $(g \circ f)(x) = -1$  are o singură soluție reală.
3. (1p) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră vectorul  $\vec{u} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ . Determinați un vector  $\vec{v}$  de lungime 5, perpendicular pe direcția lui  $\vec{u}$ .
4. (1p) Fie  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 2$ . Calculați  $\sin 2x$ .
5. (1p) Fie  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\sin a + \cos b = 1$  și  $\cos a + \sin b = \frac{1}{2}$ . Calculați  $\sin(a+b)$ .
6. (1p) În triunghiul  $ABC$  are loc relația  $2S = \frac{a^2 \operatorname{tg} B}{1 + \operatorname{tg}^2 B}$ . Demonstrați că triunghiul este dreptunghic.

**Notă:** Se acordă 1p din oficiu. Toate subiectele sunt obligatorii. Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete.

# Matematică - clasa a IX-a

1.  $x^2 - (2m-1)x + m-1 = 0$

a)  $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \geq 0$  0,25p

$$\Delta = (2m-1)^2 - 4(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 5$$

$$\Delta_m = 8^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = 64 - 80 = -16 < 0 \quad (\forall) m \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta > 0 \quad (\forall) m \in \mathbb{R}$$

Ecuația are soluții reale  $(\forall) m \in \mathbb{R}$  0,75p

b)  $E = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = \Delta \cdot p$  unde  $\Delta = -\frac{b}{a} = 2m-1$

și  $p = \frac{c}{a} = m-1$  0,5p  $\Rightarrow E = (2m-1)(m-1) = 2m^2 - 3m + 1$

$$\Delta_E = 9 - 8 = 1 \Rightarrow E_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4 \cdot 2} = -\frac{1}{8} \quad 0,5p$$

2. a)  $g(x) = x^2 - 4x + 2$  are  $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$

și  $y_v = g(2) = 4 - 8 + 2 = -2 \Rightarrow V_g(2, -2)$  0,5p

$V_g \in G_f \Rightarrow f(2) = -2 \Rightarrow 4 + 4 + a = -2 \Rightarrow a = -10$  0,5p

b)  $f(x) \geq -g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x + a \geq -x^2 + 4x - 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x + a + 2 \geq 0$

$(\forall) x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$  0,5p  $a = 2 > 0$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot 2 \cdot (a+2) = 4 - 8a - 16 = -8a - 12$$

$$-8a - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -12 \leq 8a \Leftrightarrow a \in \left[-\frac{3}{2}, +\infty\right) \quad 0,5p$$

c)  $(g \circ f)(x) = -1 \Leftrightarrow f^2(x) - 4f(x) + 2 = -1$

$\Leftrightarrow (f(x) - 1)(f(x) - 3) = 0$  are o singură sol. reală 0,25p

I  $f(x) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + a = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + a - 1 = 0$

$$\Delta_1 = 0 \Leftrightarrow 4 - 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 2$$

Pt.  $a = 2$   $f(x) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$  are sol  $x = -1$

și  $f(x) = 3 \Rightarrow x^2 + 2x + 2 = 3 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$

Acastă ec. are  $\Delta > 0$ , deci ec. inițială are 3 sol.

II  $f(x) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x + a = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x + a - 3 = 0$

$$\Delta_2 = 0 \Leftrightarrow 4 - 4a + 12 = 0 \Leftrightarrow a = 4$$

Pt.  $a = 4$   $f(x) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1$  are sol.  $x = -1$ ,

iar ec.  $f(x) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$

are  $\Delta = 4 - 12 = -8 < 0$

În concluzie  $a \in (-\infty, 1) \cup (1, 4) \cup (4, +\infty)$  are o sol. reală 0,75p

