

Baremul de corectare – varianta 1

- 1) $[3 + (a \times b + 248 - 201) : 9] \times 2 = 2026 - 2002$ (3p)
 $3 + (a \times b + 248 - 201) : 9 = 24 : 2$ (3p)
 $(a \times b + 248 - 201) : 9 = 12 - 3$ (2p)
 $a \times b + 248 - 201 = 9 \times 9$ (2p)
 $a \times b = 81 - 47$
 $a \times b = 34$ (2p)
 Sunt patru soluții: $a = 1, b = 34$; $a = 2, b = 17$; $a = 17, b = 2$; $a = 34, b = 1$ (8p)

- 2) Notând cu x numărul de elevi, din enunț deducem că el se împarte exact la 2, 4 și 7.

Atunci x este de forma $x = 28 \cdot a$ (4p)

Atunci:

- jumătatea numărului este $(28 \cdot a) : 2 = 14 \cdot a$,
- pătrimea lui este $(28 \cdot a) : 4 = 7 \cdot a$,
- șeptimea lui este $(28 \cdot a) : 7 = 4 \cdot a$, (6p)

Obținem egalitatea: $14 \cdot a + 7 \cdot a + 4 \cdot a + 6 = 28 \cdot a$,

$$\text{adică } 25 \cdot a + 6 = 28 \cdot a \Rightarrow 28 \cdot a - 25 \cdot a = 6 \Rightarrow 3 \cdot a = 6 \Rightarrow a = 2,$$

deci numărul $x = 28 \cdot 2 = 56$ (10p)

Sau: Metoda grafică, segmentul care reprezintă numărul fiind împărțit în 28 părți egale, notând cu a fiecare parte.

- 3) Deoarece $\underbrace{99 \dots 9}_{n \text{ cifre}} + 1 = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ cifre}}$, suma având 2026 de termeni, adunăm în ambii membri ai egalității 2026:

$$x + 2026 = (9 + 1) + (99 + 1) + (999 + 1) + \dots + \left(\underbrace{99 \dots 9}_{2026 \text{ cifre}} + 1 \right).$$

$$x + 2026 = 10 + 100 + 1000 + \dots + 1 \underbrace{00 \dots 0}_{2026 \text{ cifre}} \dots (10p)$$

$$x + 2026 = \underbrace{11 \dots 1}_{2026 \text{ cifre}} 0 \Rightarrow x = \underbrace{11 \dots 1}_{2026 \text{ cifre}} 0 - 2026 \Rightarrow x = \underbrace{11 \dots 1}_{2022 \text{ cifre}} 09084 \dots (10p)$$

Ultimele patru cifre ale numărului x sunt 9, 0, 8 și 4. (5p)

- 4) Notăm cu a, b, c , respectiv d , numărul de jetoane de 1 leu, de 5 lei, de 10 lei, respectiv de 25 de lei.

a) Dacă presupunem că între cele 13 jetoane **nu sunt jetoane de 10 lei**, atunci am avea:

$$\begin{cases} 1 \cdot a + 5 \cdot b + 25 \cdot d = 100 \\ a + b + d = 13 \end{cases}$$

----- , scăzând din prima egalitate pe cea de a doua, obținem:(5p)

$$4 \cdot b + 24 \cdot d = 100 - 13$$

$$4 \cdot (b + 6 \cdot d) = 87, \text{ imposibil, } 87 \text{ nu se împarte exact la } 4.$$

Atunci presupunerea că nu s-au extras și jetoane de 10 lei este falsă, deci afirmația este **adevărată**. ...(5p)

b) Dacă ar fi jetoane de toate cele patru culori între cele 13 jetoane extrase, atunci

$$\begin{cases} 1 \cdot a + 5 \cdot b + 10 \cdot c + 25 \cdot d = 100 \\ a + b + c + d = 13 \end{cases}$$

----- , scăzând din prima egalitate pe cea de a doua, obținem: ...(3p)

$$4 \cdot b + 9 \cdot c + 24 \cdot d = 100 - 13$$

$$4 \cdot (b + 6 \cdot d) = 87 - 9 \cdot c, \text{ de unde obținem două condiții pentru numărul } c : c \leq 9 \text{ și } 87 - 9 \cdot c \text{ se}$$

împarte exact la patru.(5p)

Verificând prin înlocuirea lui c cu numerele 1, 2, 3, ..., 9 se obțin soluțiile $c = 3$ sau $c = 7$(3p)

Pentru $c = 3$, $4 \cdot (b + 6 \cdot d) = 60$, deci $b + 6 \cdot d = 15$, care are soluții: $b = 3$ și $d = 2$ (iar $a = 5$) sau $b = 9$

și $d = 1$ (care nu convine, căci am avea $a = 0$).

Avem deci jetoane de toate cele 4 tipuri. ($5 \times 1 + 3 \times 5 + 3 \times 10 + 2 \times 25 = 5 + 15 + 30 + 50 = 100$)

Afirmația este **falsă**.(4p)

Notă: Se acordă 10p din oficiu.

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Pentru scrierea răspunsului corect fără justificare se acordă (2p)