



COLEGIUL NAȚIONAL GHEORGHE LAZĂR

Bd. Regina Elisabeta, Nr.48, Sector 5, București

Tel: +4.0213.134.756

E-mail: secretariat@cnlazar.ro



ME

VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR - MATEMATICĂ Clasa a IX-a
August 2023

1. a) Verificați dacă numărul $\sqrt{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}$ este natural pentru $\forall n \in \mathbb{N}^*$. (1p)

b) Dacă $a, b, c > 0$ demonstrați că $\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ac}{a+c} \leq \frac{a+b+c}{2}$. (1p)

c) Rezolvați ecuația: $3[x+1]=2[x]+5\{x+2\}+1$. (1p)

2. Fie $f_m: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f_m(x) = (m-1)x^2 + 2(m+2)x + m+1$ cu $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

a) Aflați $m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ dacă $f_m(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. (1p)

b) Aflați valoarea lui m dacă $X_1 = -\frac{3}{X_2}$ unde $X_1, X_2 =$ rădăcinile ecuației $f_m(x) = 0$.

(1p).

c) Aflați m dacă $X = -3$ este axă de simetrie. (1p)

3. a) Dacă în ΔABC avem egalitatea $b^2 + c^2 = 4R^2$, atunci triunghiul este dreptunghic.

(1p).

b) Dacă $|\vec{u}| = 1$, $|\vec{v}| = 2$ și $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$, calculați $(2\vec{u} + \vec{v}) \cdot (2\vec{v} - \vec{u})$ (1p)

c) În orice triunghi avem egalitatea $\operatorname{ctg}\left(\frac{A}{2}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{B}{2}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{S}{r^2}$ (1p)

NOTĂ:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă (1p) din oficiu.

BAREM CORECTURĂ CLASA. a IX-a

1. a) $1^3+2^3+\dots+n^3 = \frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$ (0,3p)

$$\sqrt{1^3 + 2^3 + \dots + n^3} = \frac{n(n+1)}{2} \quad (0,5p)$$

Finalizare (0,2p)

b) $\frac{ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{4}$; $\frac{bc}{b+c} \leq \frac{b+c}{4}$; $\frac{ac}{a+c} \leq \frac{a+c}{4}$ (0,6p)

Finalizare (0,4p)

c) $[x+1]=[x]+1$; $\{x+2\}=\{x\}$ (0,3p)

$$[x] = \frac{5x-2}{6} \quad (0,3p)$$

Finalizare (0,4p)

2. a) $\begin{cases} m - 1 < 0 \\ \Delta_x = 4m + 5 < 0 \end{cases}$ (0,3p)

$$m < -\frac{5}{4} \quad (0,7p)$$

b) $P = -3$; $\frac{m+1}{m-1} = -3$; (0,4p)

Finalizare (0,6p)

c) $\frac{m+2}{1-m} = -3$ (0,4p)

Finalizare (0,6p)

$$3. \ a) \ \left. \begin{array}{l} \sin^2 B + \sin^2 C = 1 \\ \cos 2B + \cos 2C = 0 \end{array} \right\} \quad (0,5p)$$

$$\longrightarrow 2 \cos(B+C) \cos(B-C) = 0$$

$$\text{Dacă } \cos(B+C) = 0 \longrightarrow A = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Dacă } \cos(B-C) = 0 \longrightarrow B = C + \frac{\pi}{2} \text{ sau } C = B + \frac{\pi}{2} \quad (0,5p)$$

Se acordă punctajul maxim pentru oricare variantă.

$$b) \ \left. \begin{array}{l} \vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \\ \vec{u} \cdot \vec{u} = 1 \\ \vec{v} \cdot \vec{v} = 4 \end{array} \right\} \quad (0,4p)$$

Finalizare (0,6p)

$$c) \ \operatorname{ctg}\left(\frac{A}{2}\right) = \frac{S}{(p-b)(p-c)} \quad (0,3p)$$

$$S \left(\frac{1}{(p-b)(p-c)} + \frac{1}{(p-a)(p-c)} + \frac{1}{(p-a)(p-b)} \right) \quad (0,3p)$$

Finalizare (0,4p)

Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.